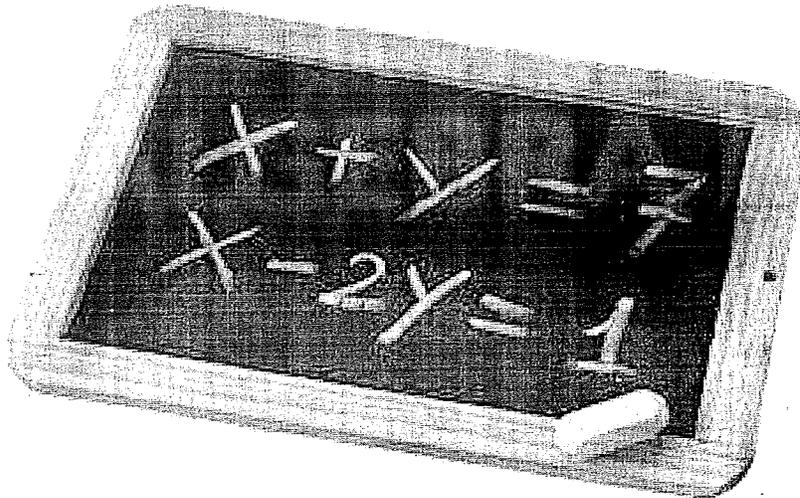


Colegio
Teresiano de la Vera-Cruz

ÁLGEBRA I



MANUAL DE EJERCICIOS

NOMBRE DEL ALUMNO: _____

GRUPO: _____

Ing. Tania Leticia Gutiérrez Valencia, MILC
Semestre agosto – diciembre 2016

Primer Parcial

Unidad I

Conjuntos Numéricos

Objetivo: Aplicar los procedimientos básicos de la teoría de conjuntos numéricos en la resolución de casos prácticos dados en clase.

CONJUNTOS

El término conjunto juega un papel fundamental en el desarrollo de las matemáticas modernas; Además de proporcionar las bases para comprender con mayor claridad algunos aspectos de la teoría de la probabilidad.

Conjunto: Es una colección o listado de objetos con características bien definidas que lo hace pertenecer a un grupo determinado.

Para que exista un conjunto debe basarse en lo siguiente:

- La colección de elementos debe estar bien definida.
- Ningún elemento del conjunto se debe contar más de una vez, generalmente, estos elementos deben ser diferentes, si uno de ellos se repite se contará sólo una vez.
- El orden en que se enumeran los elementos carece de importancia.

Los conjuntos se denotan con letras mayúsculas; los objetos que los integran se llaman *elementos* que se colocan dentro de este tipo de llaves { } y separados por comas.

Conjunto vacío

Los conjuntos que no tienen elementos se denominan conjuntos vacíos, su símbolo es \emptyset . Por ejemplo:

Sea H el conjunto de los números naturales pares mayores a 2 y menores que 4

$$H = \emptyset \quad H = \{\emptyset\} \quad H = \{ \}$$

Notación

Es posible determinar o establecer un conjunto en cualquiera de las formas siguientes:

- **Extensión:** En este método se enumera cada uno de los elementos que lo forman. Por ejemplo:

$$A = \{1,2,3,4\}$$

$$B = \{Isabel, Handy, Alejandra\}$$

- **Comprensión:** En esta forma se enuncia una propiedad o atributo que caracterice a todos los elementos del conjunto. Por ejemplo:

$$A = \{x|x \text{ es un número real menor que cinco}\}$$

$$B = \{x|x \text{ es un titular de preparatoria del Colegio Teresiano de la Vera – Cruz}\}$$

EJERCICIO#1

1. Pasar los siguientes conjuntos escritos por extensión a comprensión.

1. $A = \{2,4,6,8,10\}$

2. $B = \{Lunes, Martes, Miercoles, Jueves, Viernes, Sabado, Domingo\}$

3. $C = \{Enero, Feb, Marzo, Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto, Sep, Oct, Nov, Dic\}$

4. $D = \{Enrique Peña Nieto\}$

5. $E = \{a, b, c, d, e, f, g \dots y, z\}$

5. $F = \{primavera, verano, otoño, invierno\}$

7. $G = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\}$

II. Pasar los siguientes conjuntos escritos por comprensión a extensión.

1. $H = \{x | x \text{ es un número par entre el 4 y el 16}\}$

2. $I = \{x | x \text{ es un color primario}\}$

3. $J = \{x | x \text{ es el gobernadora de Sonora}\}$

4. $K = \{x | x \text{ es una vocal}\}$

5. $L = \{x | x \text{ es un número impar entre el 0 y el 24}\}$

6. $M = \{x | x \text{ es un estado de la Republica Mexicana que empieza con "s"}\}$

Pertenencia

Dado el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$, para expresar que d es un elemento del conjunto A se emplea el símbolo \in , el cual se lee "es un elemento de" o "pertenece a"; por lo tanto se indica:

$$d \in A$$

Cuando un elemento no pertenece a un conjunto, se usa el símbolo \notin que se lee "no es elemento de" o "no pertenece a"

$$f \notin A$$

Subconjuntos

Si todos los elementos de un conjunto A también son elementos de un conjunto B , entonces se dice que A es un *subconjunto* de B . Por ejemplo:

$$A = \{2,3,4\}$$

$$B = \{1,2,3,4,5\}$$

$$C = \{4,5\}$$

$$D = \{2,3,4\}$$

Entonces:

$$A \subset B$$

$$C \subset B$$

$$C \not\subset A$$

$$D \subseteq A$$

EJERCICIO#2

- I. Dados los siguientes conjuntos escribe si es CIERTO O FALSO las siguientes afirmaciones.

$$A = \{1,2,3\}$$

$$B = \{1,2,3,5,6,7,9,10\}$$

$$C = \{2,4,6,8,10\}$$

1. $1 \in A$

6. $6 \notin A$

2. $C \subset A$

7. $A \subset B$

3. $10 \notin C$

8. $B \subset A$

4. $C \subset B$

9. $4 \in B$

5. $1 \in B$

10. $2 \in C$

Conjunto Potencia

Todos los subconjuntos que se pueden formar a partir de un conjunto:

$$M = \{a, b\}$$

$$P(M) = \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \emptyset$$

$$R = \{2, 3, 7\}$$

$$P(R) = \{2\}, \{3\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{2, 3, 7\}, \emptyset$$

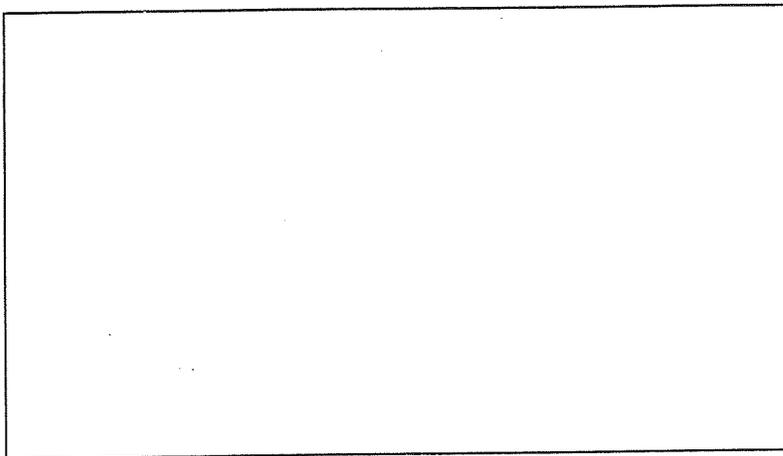
Conjunto Universal

$$U = \{\text{Los estados de Mexico}\}$$

$$A = \{\text{Veracruz, Tlaxcala}\}$$

$$B = \{\text{Puebla}\}$$

$$C = \{\text{Oaxaca, Nuevo Leon, Durango}\}$$

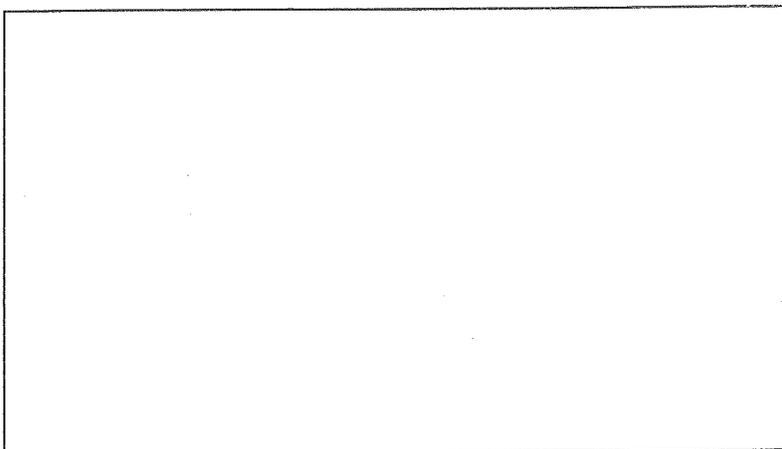


$$U = \{\text{Los números del 1 al 10}\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, \}$$

$$B = \{2, 4, 8, 9\}$$

$$C = \{1, 7, 10\}$$



Unión (\cup)

Si se reúnen los elementos de dos o más conjuntos para formar uno solo, a este conjunto que resulta se le llama *unión* de conjuntos.

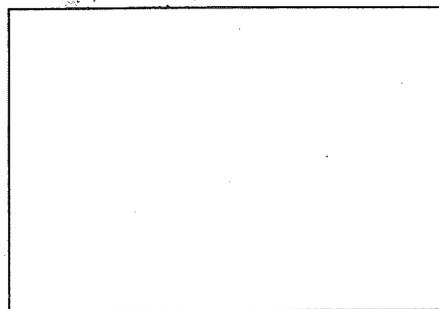
Ejemplo:

Sean los conjuntos:

$$P = \{a, b, c, d\}$$

$$M = \{c, d, f, g\}$$

$$P \cup M = \{a, b, c, d, f, g\}$$



Intersección

La intersección de dos conjuntos A y B es el conjunto que forman los elementos que pertenecen a ambos conjuntos, y se representan con la notación $A \cap B$.

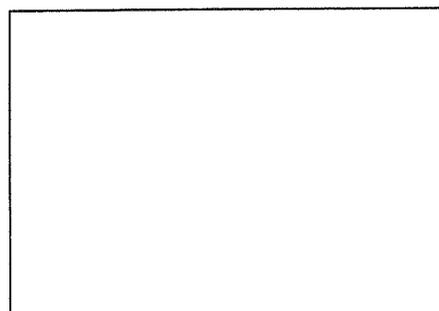
Ejemplo:

Sean los conjuntos:

$$P = \{a, b, c, d\}$$

$$M = \{c, d, f, g\}$$

$$P \cap M = \{c, d\}$$

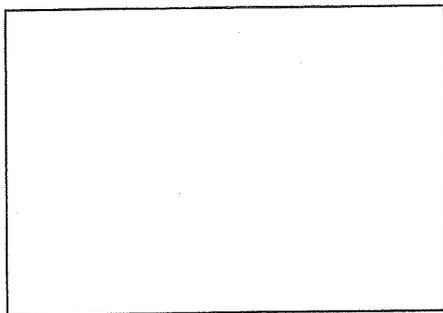


EJERCICIO #3

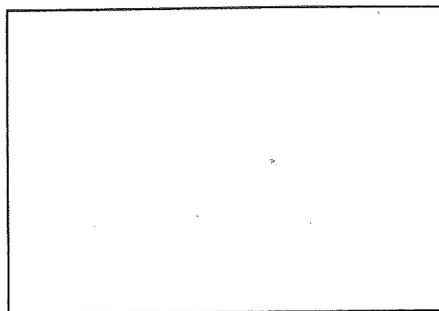
I. Resolver los siguientes conjuntos.

$$M = \{a, m, r, t\} \quad N = \{b, c, d, r\} \quad P = \{a, m, d, t, s\}$$

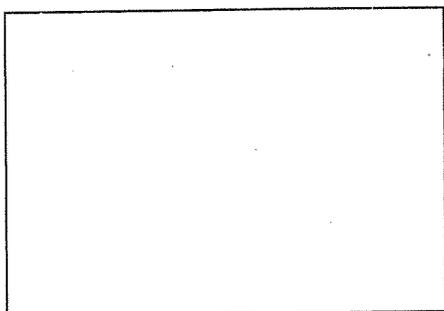
1. $M \cup N =$



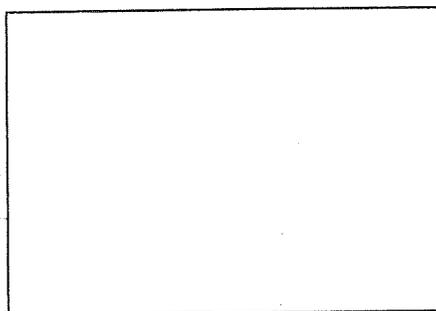
3. $P \cap N =$



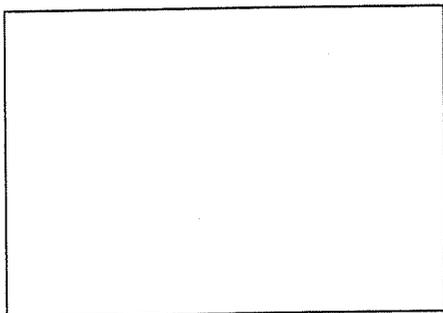
2. $M \cap N =$



4. $N \cup P =$

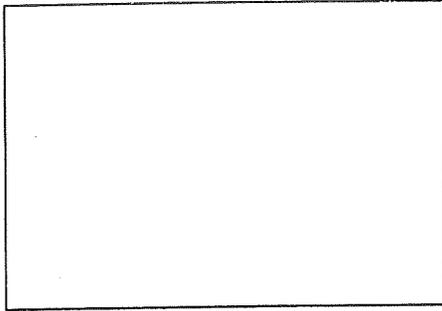


5. $M \cup P =$

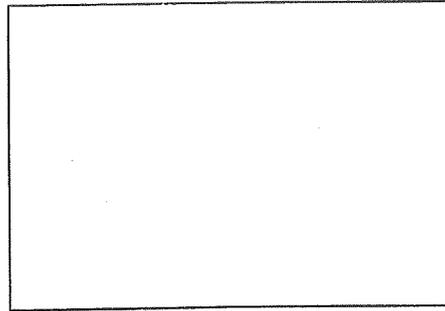


$R = \{x, y, z\}$ $T = \{y, z\}$

6. $R \cup T =$

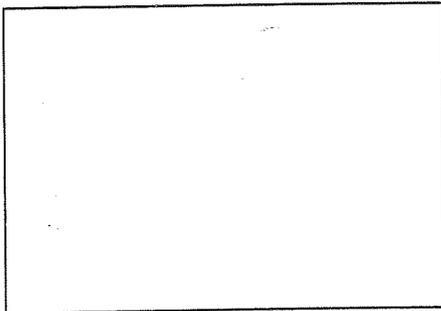


7. $R \cap T =$

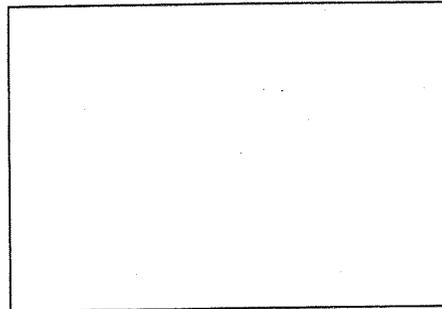


$D = \{3, 6, 9, 12\}$ $E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ $F = \{4, 8, 12, 16\}$

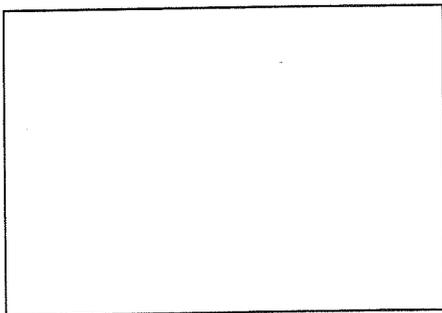
8. $D \cup E =$



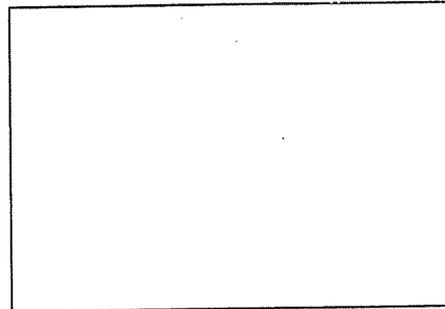
11. $D \cap E =$



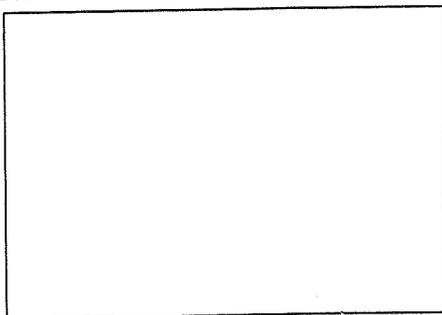
9. $D \cup F =$



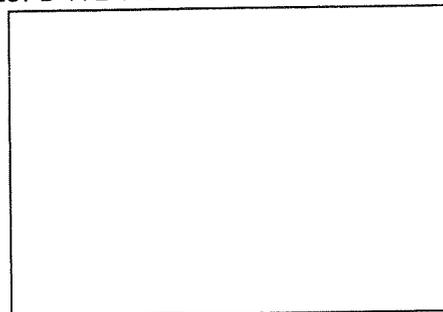
12. $D \cap F =$



10. $D \cup E \cup F =$



13. $D \cap E \cap F =$



Complemento de un conjunto

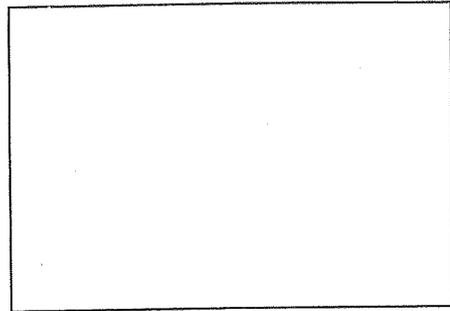
Cuando se ha establecido un conjunto \mathbb{U} , a diferencia de $\mathbb{U} - A$ se le llama complemento de A y se indica A'

Ejemplo

$$\mathbb{U} = \{a, b, c, d, f, g\}$$

$$A = \{a, b, c\}$$

$$A' = \{d, f, g\}$$



Diferencia entre conjuntos

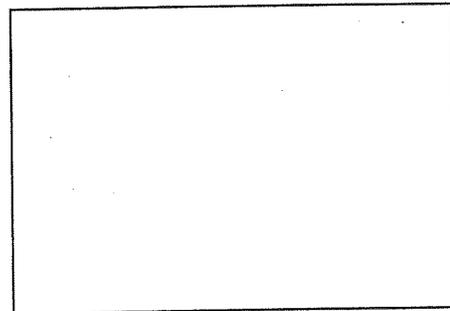
La diferencia $A - B$ es el conjunto de todos los elementos de A que no perteneces a B .

Ejemplo:

$$A = \{a, b, c, d, f\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$A - B = \{c, d, f\}$$



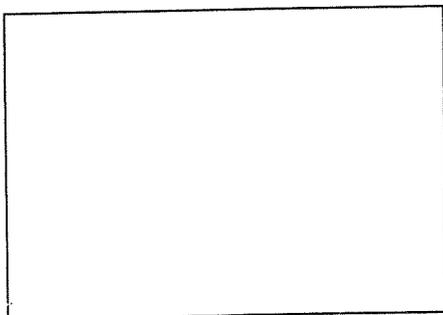
EJERCICIO #4

I. Resuelve los siguientes ejercicios de conjuntos.

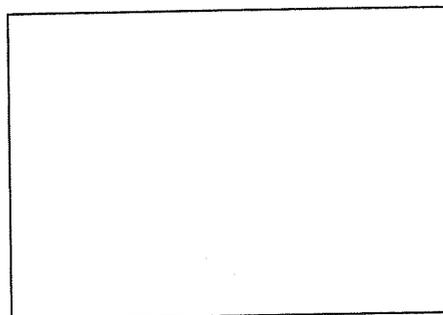
$$M = \{a, m, r, t\}$$

$$N = \{b, c, d, r\}$$

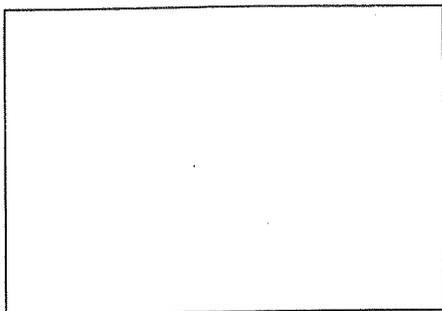
1. $M' =$



2. $N' =$

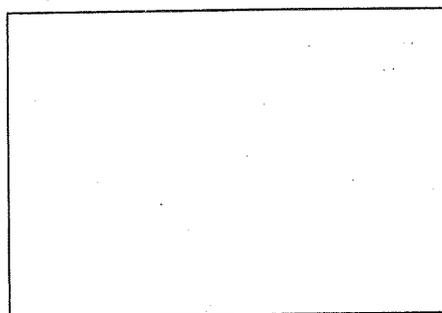


3. $M - N =$

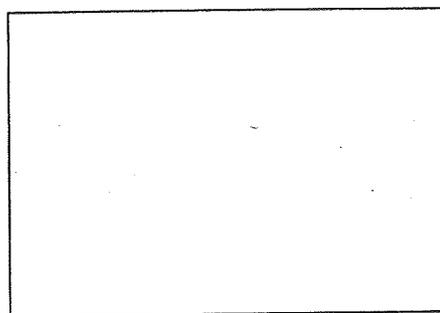


$A = \{1, 3, 4, 7\}$ $B = \{2, 5, 6\}$

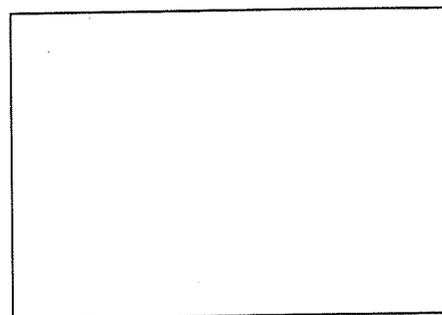
4. $(A - B)' =$



5. $A' =$



6. $B' =$



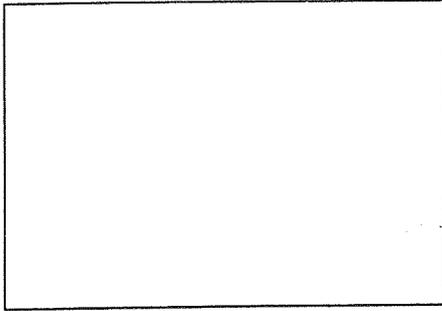
$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$$

$$D = \{3, 6, 9, 12\}$$

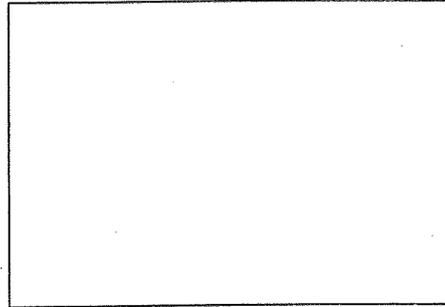
$$E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$F = \{4, 8, 12, 16\}$$

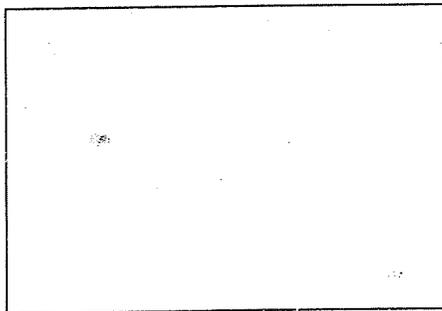
7. $D' =$



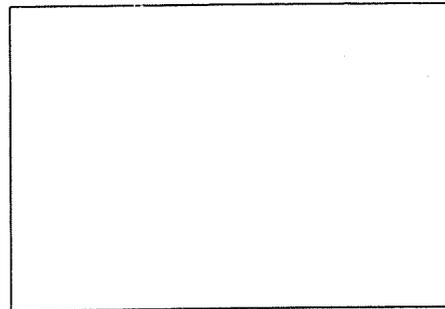
10. $D - E =$



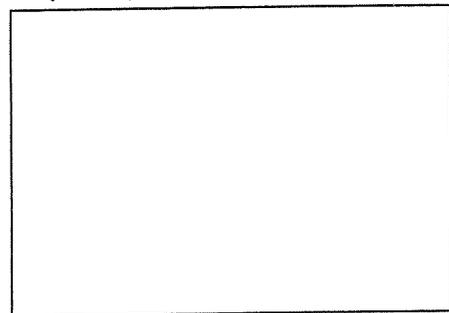
8. $(E \cup F)' =$



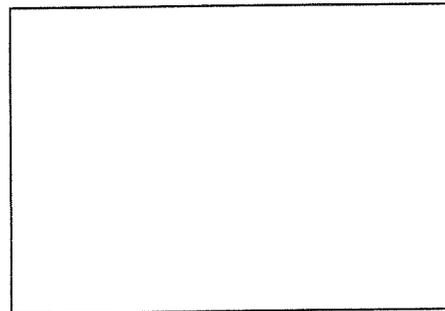
11. $E \cup F \cap D =$



9. $(D \cap E)' =$



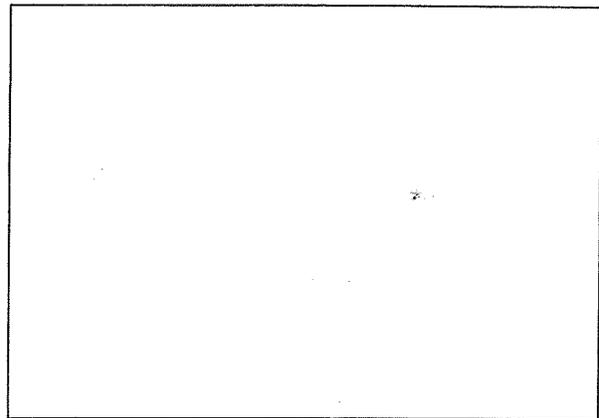
12. $A' \cap B =$



Problemas de Aplicación

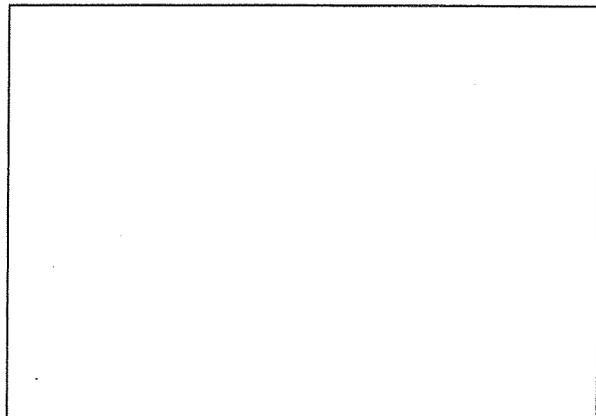
1. En tercero de secundaria los alumnos reprobados presentaron su extraordinario de matemáticas, física y química, los alumnos que hayan reprobado mínimo una materia no podrán inscribirse en preparatoria. Los resultados son los siguientes:
- a. ¿Cuántos alumnos reprobaron solo una materia?

Reprobaron Alumnos	Reprobaron Materia
8	M,F,Q
20	M,F
16	M,Q
28	F,Q
56	M
59	F
56	Q



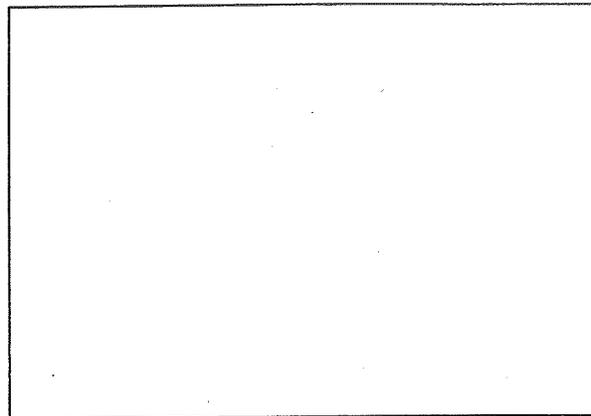
2. A cuantas personas entrevistaron sobre los programas de T.V. que prefieren las amas de casa si se obtienen los siguientes datos.

Películas	19
Novelas	23
Noticieros	17
Películas y Novelas	9
Novelas y Noticieros	6
Películas y Noticieros	4
Los Tres	3

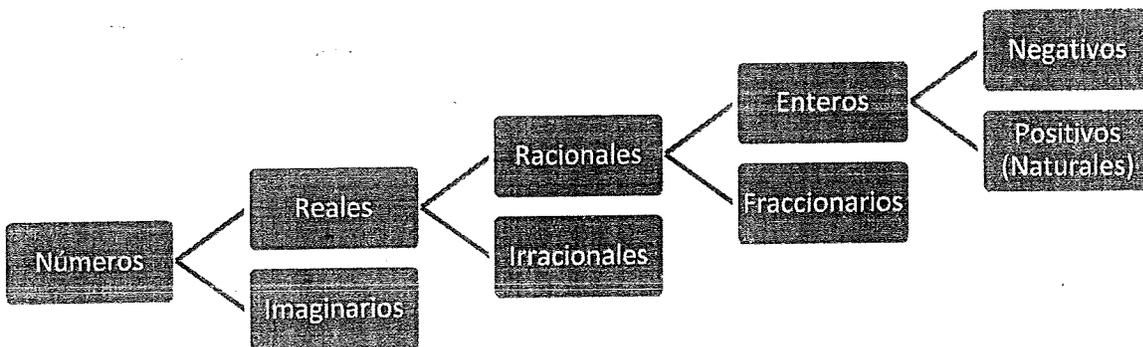


3. Una encuesta entre 1900 trabajadores y padres de familia en una empresa se obtuvieron los siguientes datos.
- ¿Cuántos tienen solo dos cosas?
 - ¿Cuántos al menos dos?
 - ¿Cuántos no tienen nada?

775	Casa propia
800	Cuentan con auto
760	Servicio de cable
300	Casa y Auto
250	Casa y Cable
270	Auto y Cable
200	Tienen las 3



CLASIFICACIÓN DE NÚMEROS



Números Naturales: son los que se utilizan para contar. También se les llaman enteros positivos.
(1,2,3,4,5,6,...)

Número Primo: es un número natural que tiene únicamente dos divisores naturales distintos: él mismo y el 1. Los números primos menores que cien son los siguientes: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Número Compuesto: Todo número natural no primo, a excepción del 1, se denomina compuesto, es decir, tiene uno o más divisores distintos a 1 y a sí mismo. Los 20 primeros números compuestos son: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30 y 32.

Números Enteros: Representan a todos los números enteros positivos y negativos, desde $-\infty$ hasta ∞ .

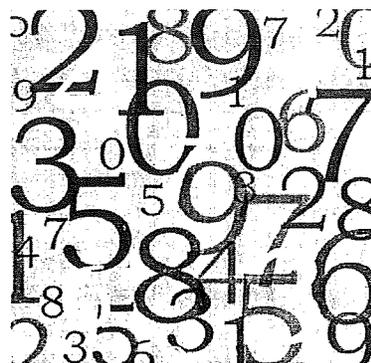
Números fraccionarios: dos números enteros indicados como cociente. Se le denomina numerador y denominador. $(\frac{a}{b})$ donde b no puede ser igual a cero.

Números Racionales: todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros con denominador distinto de cero.

Números Irracionales: Los números irracionales son los elementos de la recta real que no pueden expresarse mediante el cociente de dos enteros y se caracterizan por poseer infinitas cifras decimales que no siguen un periodo definido. ($\pi=3.1416$).

Números Reales: incluyen tanto a los números racionales (como: 31, $\frac{37}{22}$, 25,4) como a los números irracionales aquellos que no se pueden expresar de manera fraccionaria y tienen infinitas cifras decimales no periódicas, tales como: $\pi, \sqrt{2}$ Números reales son aquellos que poseen una expresión decimal.

Números irraginarios: raices pares de numero negativo. $\sqrt{-1}, \sqrt[4]{-16}$



EJERCICIO #5

I. Descomponer los siguientes números en sus factores primos.

1. 32

6. 84

2. 48

7. 226

3. 124

8. 64

4. 121

9. 100

5. 63

10. 28

UNIDAD II

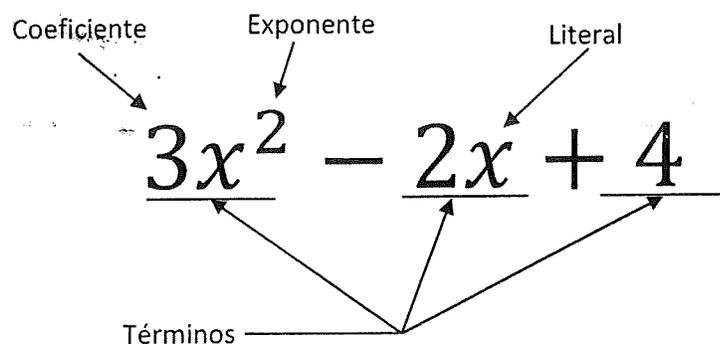
Operaciones Fundamentales

Objetivo: Realizar operaciones de suma, resta, división y multiplicación para dar respuesta a problemas planteados utilizando expresiones algebraicas, tomando en cuenta la identificación de sus componentes, así como su clasificación según el número de términos.

ÁLGEBRA

Además de los números usados en aritmética, en el álgebra se utilizan letras. Una letra puede representar cualquier número conocido o desconocido o cualquier intervalo numérico; los números representados por letras se llaman *Literales*.

El álgebra es la rama de las matemáticas que estudia las estructuras, las relaciones y las cantidades (en el caso del álgebra elemental). Y es una de las principales ramas de las matemáticas.



Clasificación de expresiones algebraicas

- *Monomio:* es una expresión de un solo término ($3x$)
- *Binomio:* es una expresión de dos términos ($3x + 2$)
- *Trinomio:* es una expresión de tres términos ($x^2 - 3x + 4$)
- *Polinomio:* se usa para indicar una ecuación de dos o más términos.

OPERACIONES FUNDAMENTALES DEL ÁLGEBRA

Términos Semejantes

En las expresiones algebraicas los términos que tienen los mismo factores literales con el mismo exponente se llaman términos semejantes, y estos se reducen ya sea sumando o restando según sea el caso.

Leyes de Paréntesis

Los paréntesis indican el orden como se debe de realizar las operaciones, siendo estas del paréntesis del centro hacia afuera. $\{[()]\}$.

Leyes de los signos

Cuando se multiplican o dividen signos iguales el resultado queda positivo, y cuando se multiplican o dividen signos diferentes el resultado será negativo.

$$(+)(+) \text{ ó } \frac{(+)}{(+)} = +$$

$$(+)(-) \text{ ó } \frac{(+)}{(-)} = -$$

$$(-)(-) \text{ ó } \frac{(-)}{(-)} = +$$

$$(-)(+) \text{ ó } \frac{(-)}{(+)} = -$$

En la suma, si los signos iguales ya sean positivos o negativos se suman y si son diferentes se restan y se deja el signo del mayor.

$$+ + = \text{se suman y se deja el signo } +$$

$$- - = \text{se suman y se deja el signo } -$$

$$+ - = \text{se restan y se deja el signo del mayor}$$

EJERCICIOS # 6

I. Resolver las siguientes ecuaciones algebraicas aplicando las leyes de los signos y paréntesis.

1. $7y - (12y - 4y) =$

2. $5xy - (5 + 3xy) =$

3. $(4 - x) + x =$

4. $-(xy - 4) + 2 =$

5. $-(a - b) - (-a + b) =$

6. $2x - (7x - y) + (6x - 4y) =$

7. $2x - \{3x - y + 5 + [8x - (x + y - 1)]\} =$

8. $2(5x - y) - x + 5y + 2 + (x - y) + (-2x + 3y) + 2 =$

9. $-\{3 + x(5 - x) - [x - (3x - 5)]\} =$

10. $a - \{2 - a - [3a - 5(4a - 3) + a - 1] - 7(a + 2) - 3\} + 2 =$

SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Para sumar expresiones algebraicas primero se tienen que ordenar y posteriormente se suman términos semejantes.

Para restar expresiones algebraicas se cambia el signo de la segunda ecuación y posteriormente se suman términos semejantes.

EJERCICIO # 7

I. Sumar las siguientes expresiones algebraicas.

1. $x + 3y - 9 ; 4x - 4y - 8$

2. $2a + 10b + 18; 7a - 8b + 10$

3. $7x + 6y; 2x - 9y + 6w$

4. $5a + 9b - 10x; -7a + 7x$

5. $6r + 3s + 2d; 3r - 5s; -5r + 4s - 4d$

II. Restar las siguientes expresiones algebraicas

1. $x + 3y - 9 ; 4x - 4y - 8$

2. $2a + 10b + 18 ; 7a - 8b + 10$

3. $7x + 6y ; 2x - 9y + 6w$

4. $5a + 9b - 10x ; -7a + 7x$

5. $6r + 3s + 2d ; 3r - 5s ; -5r + 4s - 4d$

LEYES DE LOS EXPONENTES EN LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

EJERCICIO # 8

1. Resolver los siguientes ejercicios aplicando las leyes de los exponentes.

1. $\frac{(x^4 y^2 z)^2 (x y^3 z^3)^3}{(x^2 y^3 z)^5} =$

2. $(x^{2a+3})(x^{a-1}) =$

3. $(y^{x+5})(y^{2x-2}) =$

4. $\frac{(x^{n-3})(y^{2n+1})}{(x^{2-n})(y^{n-2})} =$

5. $\left(\frac{3m^{-3}n^{-2}}{5m^{-2}n^{-4}}\right)^{-1} =$

6. $\frac{4a^4b^5}{-2a^2b} =$

7. $\left(\frac{2m^2n^6}{-3mn^6}\right)^3 =$

8. $\frac{-4x^{n-1}y^{n+1}}{5x^{n+1}y^{n+1}} =$

9. $\frac{40a^7b^6c^8}{-20b^6c^7} =$

10. $\frac{9m^3n-6mn^2}{3mn} =$

DIVISIÓN

La división es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número (el divisor) está contenido en otro número (el dividendo). La división es una operación matemática, específicamente, de aritmética elemental, inversa de la multiplicación y puede considerarse también como una resta repetida.

Al resultado entero de la división se denomina cociente y si la división no es exacta, es decir, el divisor no está contenido un número exacto de veces en el dividendo, la operación tendrá un resto o residuo

Regla para la división de dos polinomios:

1. Se ordenan los polinomios dados con respecto a una letra. Si falta algún término para ordenar el dividendo, se deja el espacio o se pone cero.
2. Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor.
3. Se multiplica este cociente por cada término del divisor y este producto se resta del dividendo.
4. A la diferencia obtenida se le agrega el siguiente término del dividendo y se repite la operación hasta que se hayan dividido todos los términos del dividendo.

Teorema del Residuo

Si un polinomio en función de x , se divide entre $x - a$ hasta obtener un residuo sin x , este residuo sería igual al que se obtiene si se sustituye el valor de a en el polinomio del numerador.

Teorema del Factor

Si un polinomio se divide entre $x - a$ podemos decir que es exacta si el residuo es igual a cero.

EJERCICIO # 9

I. Resolver las siguientes divisiones e indicar si tiene residuo o residuo.

1. $\frac{18x^2+9xy-2y^2}{3x+2y}$

2. $\frac{m^2+4m+3}{m+3}$

3. $\frac{3x^2+8x-7}{x+5}$

4. $\frac{6x^3+9x+5}{x-1}$

5. $\frac{x^3-2}{x+3}$

6. $\frac{3x^2-4x-6}{x+2}$

7. $\frac{x^4-x^2+5}{x-2}$

8. $\frac{a^4 - 3a^3 + a^2 - 4}{a + 3}$

9. $\frac{m^3 + 2m}{m - 4}$

10. $\frac{2w^4 - 9w^3 + 7w^2 + 7w - 3}{w - 3}$

División Sintética

La división sintética es un procedimiento por medio del cual se puede dividir un polinomio de solo una indeterminada, de orden n , entre un polinomio de orden 1 de la forma $x - a$ donde x es la indeterminada y a es un número. Este procedimiento es puramente numérico (no se requiere manejo de literales) y resulta más fácil que la división de polinomios convencional. Después de realizada la división se obtiene como cociente un polinomio de orden $n - 1$ y el residuo que es un número.

EJERCICIO # 10

- i. Resolver las siguientes divisiones e indicar si tiene residuo o residuo.

1.
$$\frac{m^2+4m+3}{m+3}$$

2. $\frac{3x^2+8x-7}{x+5}$

3. $\frac{x^3-2}{x+3}$

4. $\frac{3x^2-4x-6}{x+2}$